

## **СОДЕРЖАНИЕ тома II**

<b>9. УСТОЙЧИВОСТЬ РАВНОВЕСИЯ ПЛАСТИН – ПЛАСТИНЫ КИРХГОФФА-ЛЯВА И РЕЙССНЕРА .....</b>	<b>1</b>
<b>9.1 Устойчивость равновесия пластин Кирхгоффа-Лява .....</b>	<b>2</b>
9.1.1 Основные соотношения теории тонких пластин .....	2
9.1.2 Вариационный вывод уравнения устойчивости равновесия пластин Кирхгоффа-Лява .....	8
• Краевые условия .....	14
9.1.3 Устойчивость равновесия консольной полосы .....	17
9.1.4 Задача Зоммерфельда .....	21
• Устойчивость равновесия полуполосы, усиленной нитью.....	22
• Устойчивость равновесия полуполосы без нити .....	25
9.1.5 Задача Саусвэлла - Скэн .....	30
9.1.6 Устойчивость равновесия круглых пластин .....	32
• Устойчивость равновесия круглой пластины под действием радиального сжатия силами на ее контуре ....	34
• Функционал устойчивости равновесия пластины в полярных координатах .....	42
• Устойчивость равновесия круглой пластины под действием крутящего момента – задача Дина .....	43
<b>9.2 Устойчивость равновесия пластин Рейсснера .....</b>	<b>48</b>
<b>9.3 Гибкие пластины – теория Кармана .....</b>	<b>51</b>
9.3.1 Вариационная постановка задачи .....	58
<b>9.4 Закритическое поведение тонких пластин .....</b>	<b>62</b>
9.4.1 Характер закритического деформирования .....	62
• Модельная задача .....	64
9.4.2 Решение на основе теории Кармана .....	66
<b>9.5 Заключительные комментарии к главе 9 .....</b>	<b>73</b>
<b>10. СИСТЕМЫ С ОДНОСТОРОННИМИ СВЯЗЯМИ .....</b>	<b>75</b>
<b>10.1 Краткие сведения из теории систем с односторонними связями .....</b>	<b>75</b>
10.1.1 Предварительные соображения .....	75
10.1.2 Ограничения возможных перемещений .....	79
10.1.3 Условия равновесия .....	81
<b>10.2 Критическое значение интенсивности нагрузки .....</b>	<b>86</b>
<b>10.3 Определение верхней критической нагрузки .....</b>	<b>96</b>
<b>10.4 Иллюстративные примеры .....</b>	<b>102</b>
<b>10.5 Высотное сооружение на одностороннем упругом основании .....</b>	<b>109</b>
<b>10.6 О дестабилизации систем с односторонними связями .....</b>	<b>111</b>
<b>10.7 Заключительные комментарии к главе 10 .....</b>	<b>115</b>
<b>11. УСТОЙЧИВОСТЬ РАВНОВЕСИЯ ПЛОСКИХ СТЕРЖНЕВЫХ СИСТЕМ .....</b>	<b>119</b>
<b>11.1 Плоские стержневые системы .....</b>	<b>120</b>

IV СОДЕРЖАНИЕ

---

11.1.1 Общее решение однородных уравнений устойчивости равновесия для отдельного стержня .....	123
11.1.2 Матрица жесткости отдельного стержня .....	131
• Матрица жесткости стержня при иных способах закрепления его концов .....	135
• Некоторые свойства функций Корноухова и процедура их вычисления .....	139
• Матрица начальной жесткости и матрица геометрической жесткости для стержня .....	143
11.1.3 Критерий критического состояния стержневой системы .....	131
• Нужны ли высшие формы потери устойчивости? .....	153
• О качественном методе определения критических нагрузок .....	154
11.1.4 Пример. Об одном парадоксе в задачах устойчивости ..	158
11.1.5 Задача Бубнова .....	166
11.1.6 Жесткие вставки на концах стержня .....	170
• О возможной ошибке в расчетах на устойчивость при наличии жестких тел .....	175
<b>11.2 Расчет плоской стержневой системы по деформированной схеме .....</b>	<b>175</b>
11.2.1 Деформационный расчет отдельного стержня .....	176
• Метод начальных параметров .....	177
• Реакции на концах стержня от поперечных воздействий .....	180
11.2.2 Моноциклический, квазимоциклический и полигицлический расчеты стержневых систем .....	186
11.2.3 Формула Мора применительно к сжато-изогнутым стержневым системам .....	188
<b>11.3 Заключительные комментарии к главе 11 .....</b>	<b>196</b>
<b>12. МКЭ В ЗАДАЧАХ УСТОЙЧИВОСТИ .....</b>	<b>199</b>
<b>12.1 Основные понятия МКЭ .....</b>	<b>201</b>
12.1.1 Функции форм и матрица функций форм для конечного элемента .....	203
12.1.2 Общие требования к функциям форм .....	205
12.1.3 Сравнительный анализ различных функций форм .....	208
12.1.4 Общие формулы для матриц $R_0$ и $G$ .....	211
<b>12.2 Матрицы жесткости стержня в плоской задаче .....</b>	<b>212</b>
12.2.1 Стержень Бернулли-Эйлера .....	213
12.2.2 Стержень Тимошенко .....	215
• Модель I: линейные аппроксимации перемещений и поворотов .....	217
• Модель II: связанные аппроксимации перемещений и поворотов. Линейно-квадратичные функции формы ....	219
• Модель III: кубически-квадратичные аппроксимации перемещений .....	222
• Общее представление матриц $R_0$ и $G$ для стержня Тимошенко. Сопоставительный анализ трех конечноэлементных моделей .....	225
• Пример .....	228

---

<b>12.3 Матрица жесткости пространственного стержня .....</b>	232
12.3.1 Стержень Бернулли-Эйлера .....	232
12.3.2 Стержень Тимошенко .....	240
12.3.3 Жесткие вставки на концах стержня .....	247
12.3.4 Геометрическая матрица жесткости узла .....	256
<b>12.4 Пластинчатые конечные элементы .....</b>	259
12.4.1 Конечные элементы пластины применительно к функционалу $S_{uv}$ .....	260
• Прямоугольный конечный элемент .....	262
12.4.2 Конечные элементы изгибающей пластины .....	266
• Пластина Кирхгоффа-Лява .....	268
• Пластина Рейсснера .....	273
12.4.3 Гибридная схема МКЭ .....	278
• Стержень Тимошенко .....	282
• Пластина Рейсснера .....	286
<b>12.5 Абсолютно жесткие тела в составе дискретных расчетных схем .....</b>	291
<b>12.6 Соотношения МКЭ для геометрически нелинейных постановок задач .....</b>	293
12.6.1 Четыре этажа геометрически нелинейных постановок задач .....	293
12.6.2 Разложение деформаций на сумму линейной и квадратичной частей. Теория второго порядка .....	297
12.6.3 Матрично-операторная форма представления функционала полной потенциальной энергии системы .....	304
12.6.4 Уравнения в приращениях .....	309
12.6.5 Постановки задач устойчивости равновесия .....	317
• Возможные упрощения в постановке задачи устойчивости равновесия .....	318
• Коэффициент запаса устойчивости .....	320
<b>12.7 Заключительные комментарии к главе 12 .....</b>	324
<b>13. ШАРНИРНО-СТЕРЖНЕВЫЕ СИСТЕМЫ .....</b>	325
<b>13.1 Предварительные замечания .....</b>	325
<b>13.2 Геометрическая нелинейность для стержней ферменного типа .....</b>	329
• Геометрические уравнения .....	329
• Уравнения равновесия .....	334
• Физическое уравнение .....	337
• Пример .....	339
13.2.1 Геометрически нелинейные уравнения в вариациях .....	343
<b>13.3 Устойчивость конфигурации изменяемой системы .....</b>	348
• Статико-кинематическая классификация .....	349
• Критерий отбора мгновенно-жестких систем .....	355
<b>13.4 Выпучивание узлов из плоскости фермы .....</b>	358
• О свободной длине сжатых раскосов .....	361
<b>13.5 Оценка усилий в нулевых стержнях .....</b>	362
<b>13.6 Оценка влияния жесткости узлов .....</b>	364

VI СОДЕРЖАНИЕ

---

<b>13.7 Составные стержни .....</b>	<b>370</b>
13.7.1 Идеализированная схема .....	370
13.7.2 Влияние начальных несовершенств .....	373
13.7.3 Взаимодействие форм выпучивания .....	377
13.7.4 Пространственные сквозные сжатые стержни .....	383
• Четырехгранные стержни .....	383
• Трехгранные стержни .....	386
<b>14. ДИНАМИЧЕСКИЙ КРИТЕРИЙ УСТОЙЧИВОСТИ И НЕКОНСЕРВАТИВНЫЕ СИСТЕМЫ .....</b>	<b>387</b>
<b>14.1 Динамический анализ устойчивости равновесия .....</b>	<b>387</b>
14.1.1 Первоначальные сведения .....	387
14.1.2 Система с одной степенью свободы .....	392
• Мертвая сила .....	393
• Следящая нагрузка .....	395
• Полярная нагрузка .....	397
• Комбинированное нагружение мертвой и следящей нагрузками .....	398
• Сила Реута .....	402
14.2 Системы со многими степенями свободы .....	404
14.2.1 Общие положения .....	404
• Консервативная система .....	412
• Нелинейная система, общий случай .....	415
14.2.2 Система с двумя степенями свободы – детальный анализ .....	416
• Общий анализ устойчивости равновесия системы с двумя степенями свободы .....	420
14.2.3 О влиянии связей на устойчивость равновесия неконсервативных систем .....	422
14.2.4 Демпфирование и его роль в проблеме устойчивости равновесия .....	425
• Неконсервативные внешние силы и диссипация. Парадокс Циглера .....	429
14.3 Задача Николаи .....	437
• Тангенциальный внешний момент – статический анализ .....	441
• Аксиальный внешний момент – статический анализ ....	442
• Тангенциальный внешний момент – динамический анализ .....	442
14.4 Континуальные неконсервативные системы .....	446
• Состав вариаций внешних сил при консервативном и неконсервативном нагружениях .....	449
14.4.1 Дискретизация консервативных и неконсервативных систем .....	453
• Метод Бубнова – Галеркина общий случай .....	454
• Метод Бубнова – Галеркина с использованием фундаментальных базисных функций .....	458

---

• О методе конечных элементов для неконсервативных задач .....	459
• Дискретизация по массе .....	459
<b>14.5 Задача Бека .....</b>	<b>461</b>
• Случай силы постоянного направления .....	462
• Случай следящей силы .....	465
• Обобщенная задача .....	467
<b>14.6 Флаттер при истечении жидкости из трубы .....</b>	<b>470</b>
<b>14.7 Модели с усеченным числом инерциальных характеристик .....</b>	<b>474</b>
• Консервативная система .....	475
• Неконсервативная система .....	479
14.7.1 О влиянии усечения системы по массе на изменение области устойчивости равновесия .....	482
• Стержень Бека с двумя сосредоточенными массами ....	484
14.7.2 О критике динамического критерия устойчивости равновесия .....	489
<b>14.8 О применении статического подхода к решению неконсервативных задач .....</b>	<b>491</b>
<b>14.9 Заключительные комментарии к главе 14 .....</b>	<b>496</b>
• О парадоксе Смита - Германна .....	497
• Следящая сила как "гадкий утенок механики" .....	499
<b>15. ЗАКРИТИЧЕСКОЕ ДЕФОРМИРОВАНИЕ .....</b>	<b>501</b>
<b>15.1 О закритической работе стержней .....</b>	<b>502</b>
15.1.1 Критическое состояние рамных конструкций .....	502
15.1.2 Стержень, концы которого сопротивляются осевым смещениям .....	503
• О закритическом поведении стержней в составе стержневой системы .....	506
<b>15.2 Рамные системы .....</b>	<b>510</b>
15.2.1 Возможность прощелкивания .....	510
15.2.2 Расчет по смешанному методу .....	512
• Формула Бениаминова .....	516
• Пример .....	519
<b>15.3 Использование закритической работы пластин .....</b>	<b>520</b>
15.3.1 Редукционный коэффициент .....	520
15.3.2 Закритическое поведение пластин при сдвиге .....	526
<b>15.4 Послекритическое взаимодействие форм потери устойчивости .....</b>	<b>328</b>
15.4.1 Общая и местная формы выпучивания тонкостенного стержня .....	529
<b>15.5 Заключительные комментарии к главе 15 .....</b>	<b>536</b>
<b>16. РАСЧЕТНЫЕ МОДЕЛИ В ЗАДАЧАХ УСТОЙЧИВОСТИ. ПРАКТИЧЕСКИЕ ПРИМЕРЫ .....</b>	<b>537</b>
<b>16.1 Устойчивость многоэтажного здания: влияние жесткости перекрытий .....</b>	<b>538</b>
<b>16.2 Конечноэлементное моделирование тонкостенных</b>	

## VIII СОДЕРЖАНИЕ

---

стержней .....	542
<b>16.3 Устойчивость мачт на оттяжках .....</b>	<b>545</b>
16.3.1 Вантовые элементы в расчетной модели .....	546
16.3.2 Возможные подходы к решению задачи .....	551
<b>16.4 Энергетическая оценка роли отдельных подсистем .....</b>	<b>552</b>
16.4.1 Стесненная и принужденная потеря устойчивости .....	552
16.4.2 Энергетические характеристики .....	554
16.4.3 Модификация конструкции .....	560
16.4.4 О вычислении свободных длин .....	561
<b>16.5 Чувствительность критической нагрузки к изменению жесткостей системы .....</b>	<b>564</b>
16.5.1 Равноустойчивость и оптимизация конструкции .....	565
• Пример оптимизации по устойчивости .....	569
<b>16.6 Приближенная оценка поведения железобетона .....</b>	<b>573</b>
16.6.1 Выбор значения модуля упругости для проверки устойчивости .....	573
16.6.2 Приближенная оценка эффектов ползучести .....	577
16.6.3 Пример расчета реальной железобетонной конструкции .....	579
<b>ПРИЛОЖЕНИЯ</b>	<b>583</b>
<b>F. Жордановы исключения и их роль в строительной механике</b>	<b>583</b>
F.1 Общее описание .....	584
F.2 Жордановы исключения с матрицей жесткости системы	587
F.3 Матрица жесткости элемента при нежестком присоединении элемента к узлам .....	591
F.4 Двойное жорданово исключение .....	597
F.5 Жордановы преобразования в задачах устойчивости. Процедура геометрической конденсации .....	598
<b>G. Асимптотический анализ конечноэлементных моделей для стержня Тимошенко .....</b>	<b>600</b>
<b>H. Обобщенная задача Тимошенко .....</b>	<b>606</b>
H.1 Точное решение задачи .....	609
H.2 Решение задачи методом Ритца .....	612
<b>I. Сильный изгиб стержней .....</b>	<b>615</b>
• Геометрические уравнения .....	615
• Физические уравнения .....	619
• Уравнения равновесия .....	620
• Упрощения на младших этажах геометрической нелинейности .....	622
• Пример. Устойчивость стержня при кинематическом воздействии .....	624
• Пример. Чистый изгиб стержня .....	629
<b>J. К вопросу о математической модели сдвигового стержня в задачах устойчивости равновесия .....</b>	<b>630</b>
<b>ЛИТЕРАТУРА</b>	<b>639</b>
<b>ИМЕННОЙ УКАЗАТЕЛЬ</b>	<b>659</b>
<b>ПРЕДМЕТНЫЙ УКАЗАТЕЛЬ</b>	<b>664</b>