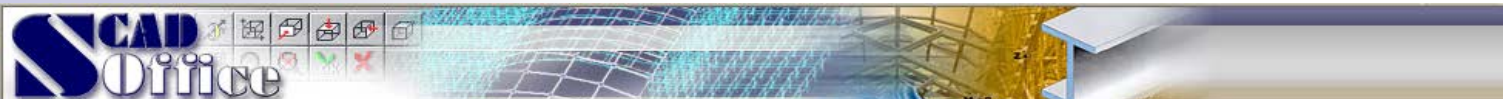




Программная реализация поиска потоков касательных напряжений для произвольного сечения тонкостенного стержня

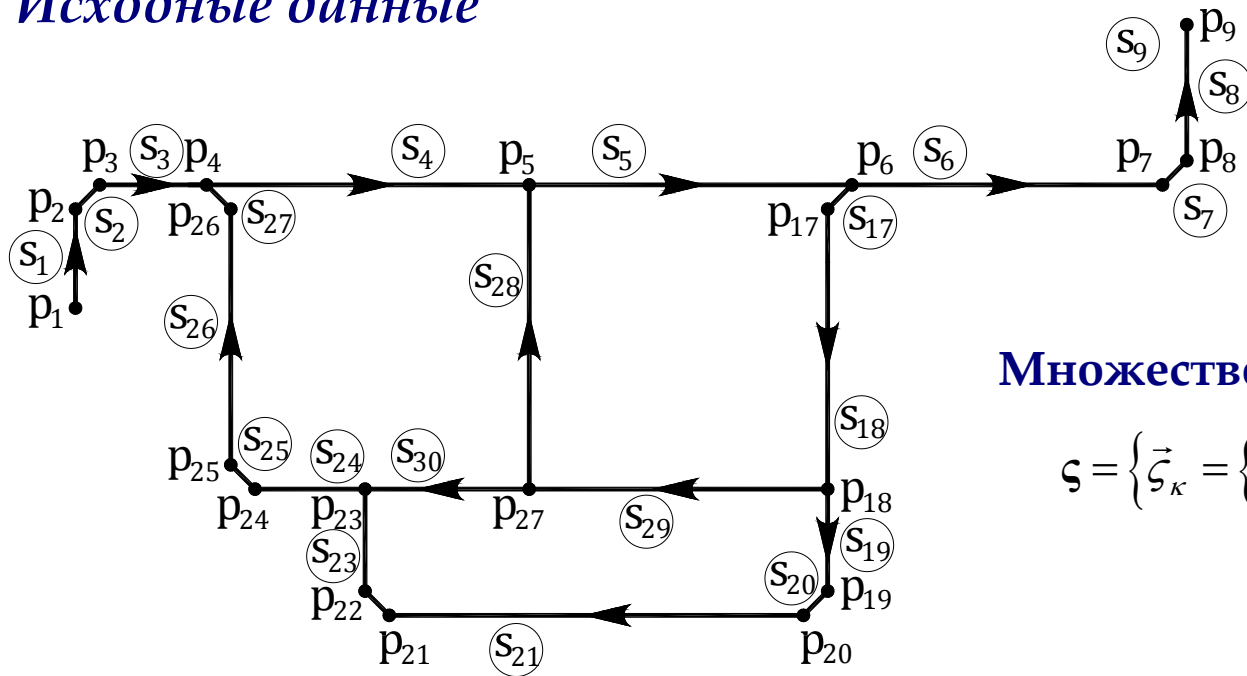
РУДЬ Дмитрий
НПО «СКАД Софт»

ЮРЧЕНКО Виталина
Киевский национальный университет
строительства и архитектуры



Программная реализация поиска потоков касательных усилий для произвольного сечения тонкостенного стержня

Исходные данные



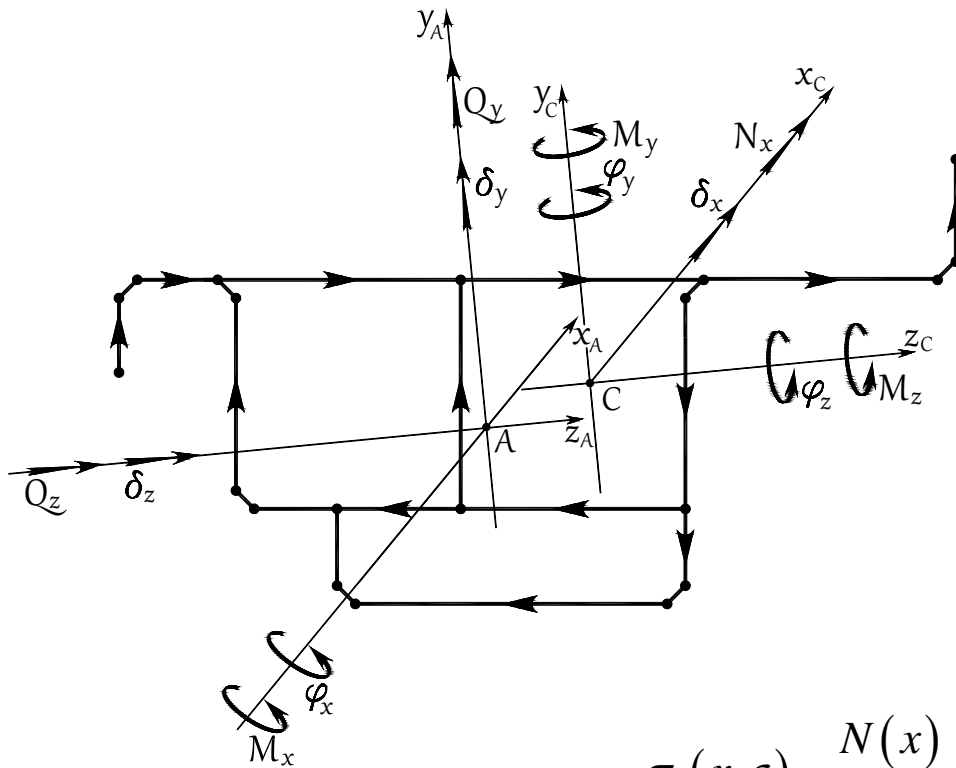
Множество дуговых координат:

$$\zeta = \left\{ \vec{\zeta}_\kappa = \left\{ \zeta_\kappa^{start}, \zeta_\kappa^{end} \right\} \mid \kappa = \overline{1, n_\zeta - 1} \right\}$$

Задача о распределении потоков касательных усилий в сечении является **статически неопределимой**. Поэтому поиск напряженного состояния стержня должен осуществляться, принимая во внимание не только **уравнения равновесия**, но также **условия совместности деформаций**.

Программная реализация поиска потоков касательных усилий для произвольного сечения тонкостенного стержня

Исходные данные



$$\sigma_i(x, \zeta) = \frac{N(x)}{A} + \frac{M_y(x)}{I_y} z_i(\zeta) + \frac{M_z(x)}{I_z} y_i(\zeta) + \frac{B(x)}{I_\omega} \varpi_i(\zeta)$$

$$\tau_j(x, \zeta) = \frac{T_j(x, \zeta)}{\delta_j(\zeta)} = \frac{1}{\delta_j(\zeta)} \left(T_{S,j} - \frac{Q_z(x)}{I_y} S_{oy,j}(\zeta) - \frac{Q_y(x)}{I_z} S_{oz,j}(\zeta) - \frac{M_\omega(x)}{I_\omega} S_{o\omega,j}(\zeta) \right)$$

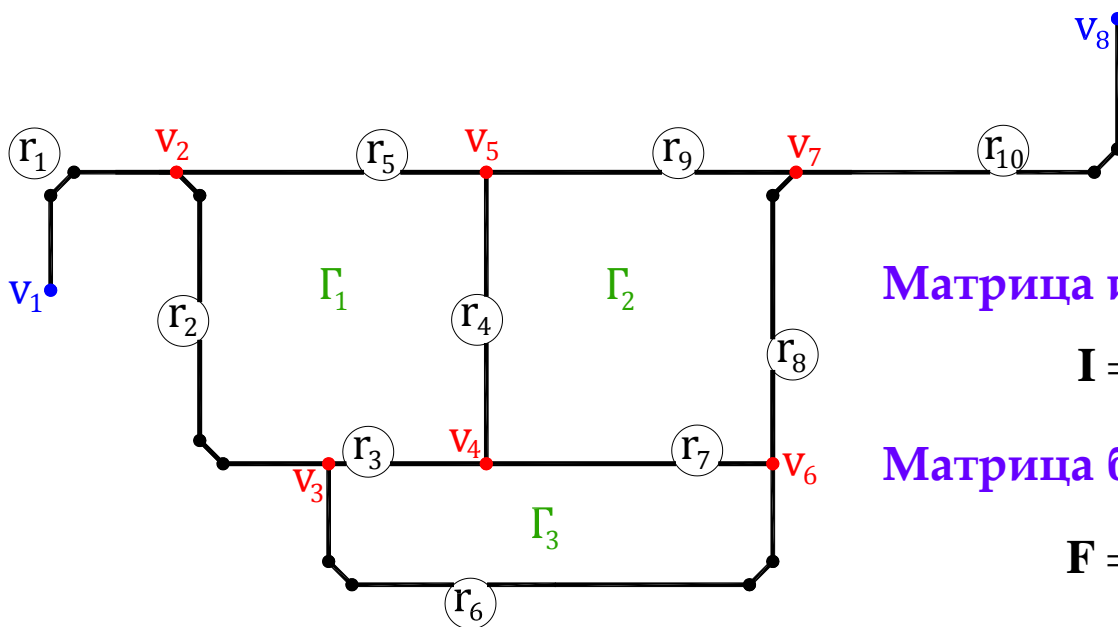
Программная реализация поиска потоков касательных усилий для произвольного сечения тонкостенного стержня

Построение связанного графа $G = \{V, R\}$

Вершины графа ассоциируются только с характерными точками сечения:

- *точки ветвления* сечения;
- *концевые точки* сечения.

Ребра графа ассоциируются с участками сечения, расположенными между характерных точек сечения – с *неразветвляемыми участками* сечения.



Матрица инциденций для графа G

$$I = \{g_{ij} \mid i = \overline{1, n_v}, j = \overline{1, n_r}\}$$

Матрица базисных циклов графа G

$$F = \{f_{kj}\}, k = \overline{1, n_k}, j = \overline{1, n_r}$$

Программная реализация поиска потоков касательных усилий для произвольного сечения тонкостенного стержня

Распределения потоков вдоль замкнутых контуров сечения

Вес неразветвляемого участка сечения (ребра графа):

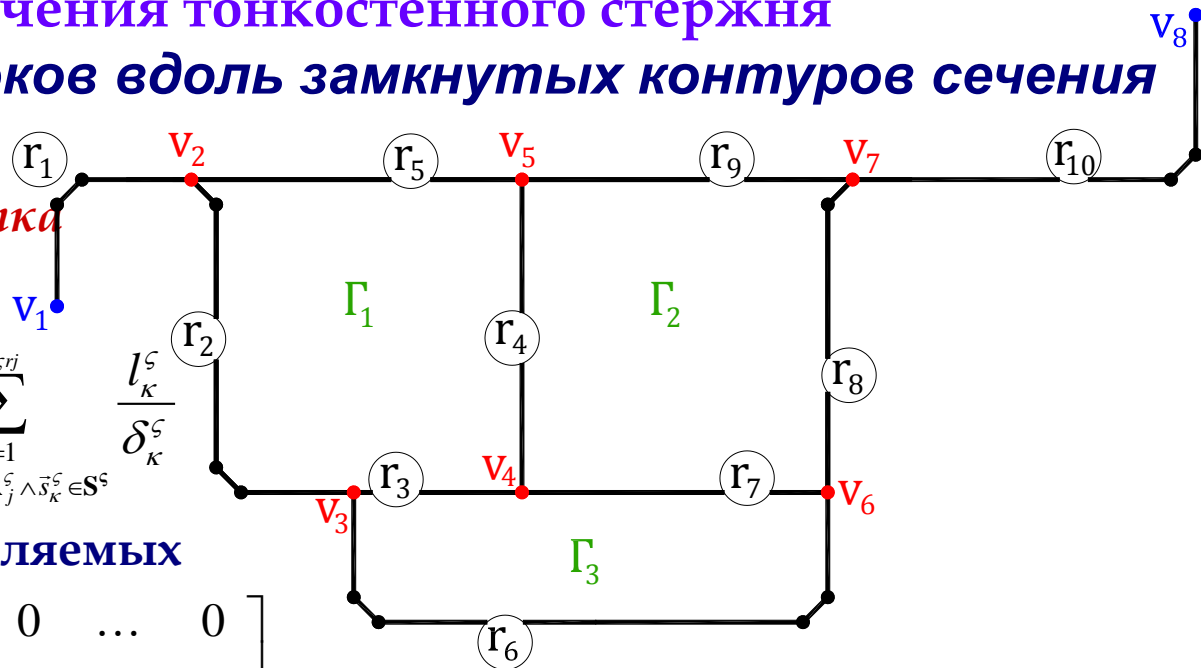
$$p_j = \int_{l_{ij}} \frac{d\zeta}{\delta(\zeta)} = \sum_{r=1}^{n_{\zeta rj}} \int_{l_{\zeta} \in \mathbf{R}_j^{\zeta}} \frac{d\zeta}{\delta(\zeta)} = \sum_{r=1}^{n_{\zeta rj}} \frac{l_{\kappa}^{\zeta}}{\delta_{\kappa}^{\zeta}} \quad \forall \kappa: \bar{s}_{\kappa}^{\zeta} \in \mathbf{R}_j^{\zeta} \wedge \bar{s}_{\kappa}^{\zeta} \in \mathbf{S}^{\zeta}$$

Весовая матрица неразветвляемых участков сечения:

$$\mathbf{W} = \begin{bmatrix} p_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & p_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & p_{n_r} \end{bmatrix}$$

Вес замкнутого контура сечения:

$$\tilde{p}_k = \oint_{\Gamma_k^{r\zeta}} \frac{d\zeta}{\delta(\zeta)} = \int_{\mathbf{R}_j^{\zeta} \subseteq \Gamma_k^{r\zeta}} \frac{d\zeta}{\delta(\zeta)} = \sum_{j=1}^{n_{r\zeta k}} |f_{kj}| p_j, \quad f_{kj} \in \mathbf{F}$$



Программная реализация поиска потоков касательных усилий для произвольного сечения тонкостенного стержня

Разрешающие уравнения для тонкостенного стержня

Задачу поиска потоков касательных усилий для произвольного сечения тонкостенного стержня можно свести к задаче минимизации функционала **Кастильяно** C при обеспечении **ограничений-равенств равновесий** потоков в точках ветвления сечения, а также при обеспечении уравнения равновесия всего сечения относительно продольной оси стержня.

Найти значения потоков касательных усилий в начальных точках неразветвляемых участков сечения:

$$\vec{T}_S = \{T_{S,j}\}^T, j = \overline{1, n_r}$$

➤ обеспечивающих наименьшее значение критерия оптимальности – функционала **Кастильяно**:

$$C^* = C(\vec{T}_S^*) = \min_{\vec{T}_S \in \mathfrak{S}_T} C(\vec{T}_S)$$

➤ на гиперплоскости допустимых решений, очерченной системой ограничений-равенств:

$$\mathfrak{S}_T = \begin{cases} \mathbf{f}(\vec{T}_S) = \{f_v(\vec{T}_S) = 0 \mid v = \overline{1, n_v - 1}\}; \\ f_x(\vec{T}_S) = 0. \end{cases}$$

Программная реализация поиска потоков касательных усилий для произвольного сечения тонкостенного стержня

Разрешающие уравнения для тонкостенного стержня

Функционал Кастильяно можно отождествить с выражением для **энергии деформации**, сформулированным в терминах напряжений*:

$$C = \frac{1}{2G} \left(\sum_{j=1}^{n_r} \left(\int_{\ell_j} \frac{(\sigma(\zeta))^2}{2(1+\nu)} \delta(\zeta) d\zeta + \int_{\ell_j} (\tau(\zeta))^2 \delta(\zeta) d\zeta \right) \right)$$

$$C = \frac{1}{2G} \left(\left(\sum_{j=1}^{n_r} \left(\int_{\ell_j} \frac{1}{2(1+\nu)} \left(\frac{N}{A} + \frac{M_y}{I_y} z_j + \frac{M_z}{I_z} y_j + \frac{B}{I_{\varpi}} \varpi_j \right)^2 \delta_j d\zeta + \right. \right. \right.$$

$$\left. \left. \left. \int_{\ell_j} \left(T_{S,j}^2 - 2T_{S,j} \frac{Q_z}{I_y} S_{oy,j} - 2T_{S,j} \frac{Q_y}{I_z} S_{oz,j} - 2T_{S,j} \frac{M_{\varpi}}{I_{\varpi}} S_{o\varpi,j} + \left(\frac{Q_z}{I_y} S_{oy,j} + \frac{Q_y}{I_z} S_{oz,j} + \frac{M_{\varpi}}{I_{\varpi}} S_{o\varpi,j} \right)^2 \right) \frac{d\zeta}{\delta_j} \right) \right) \right)$$

$$C = \sum_{j=1}^{n_r} \left(\frac{T_{S,j}^2}{2G} \int_{\ell_j} \frac{d\zeta}{\delta_j} - T_{S,j} \frac{Q_z}{GI_y} \int_{\ell_j} S_{oy,j} \frac{d\zeta}{\delta_j} - T_{S,j} \frac{Q_y}{GI_z} \int_{\ell_j} S_{oz,j} \frac{d\zeta}{\delta_j} - T_{S,j} \frac{M_{\varpi}}{GI_{\varpi}} \int_{\ell_j} S_{o\varpi,j} \frac{d\zeta}{\delta_j} + \dots \right)$$

$$C = \frac{1}{2G} \vec{T}_S^T \mathbf{W} \vec{T}_S - \vec{T}_S^T \frac{Q_y}{GI_z} \vec{S}_{hz} - \vec{T}_S^T \frac{Q_z}{GI_y} \vec{S}_{hy} - \vec{T}_S^T \frac{M_{\varpi}}{GI_{\varpi}} \vec{S}_{h\varpi} + \dots$$

*Сливкер, В. И. Строительная механика. Вариационные основы. - М.: Изд-во АСВ, 2005. - 736 с.

Программная реализация поиска потоков касательных усилий для произвольного сечения тонкостенного стержня

Разрешающие уравнения для тонкостенного стержня

Для каждой точки ветвления сечения можно составить уравнение равновесия потоков касательных усилий. В общем виде записать такие уравнения можно воспользовавшись матрицей инциденций графа, отображающей топологическую структуру сечения*:

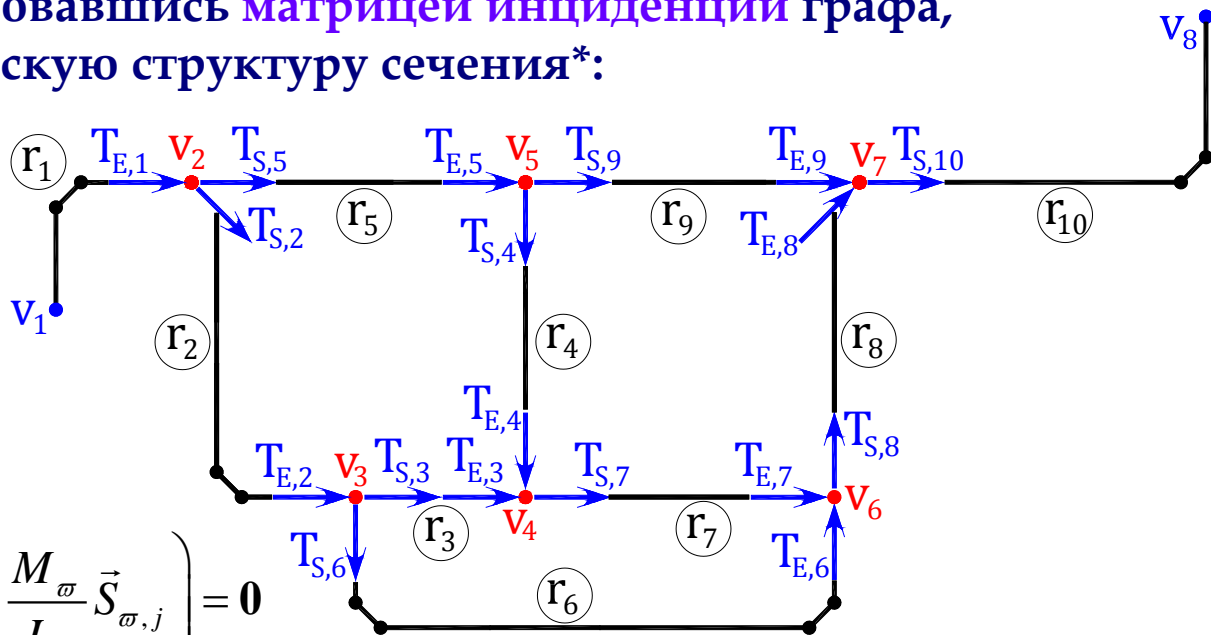
$$(|\dot{\mathbf{i}}| + \dot{\mathbf{i}})\vec{T}_S - (|\dot{\mathbf{i}}| - \dot{\mathbf{i}})\vec{T}_T = \mathbf{0}$$

$$\vec{T}_E = \vec{T}_S - \Delta\vec{T}$$

$$\Delta\vec{T}_j = \frac{Q_y}{I_z} \vec{S}_{z,j} + \frac{Q_z}{I_y} \vec{S}_{y,j} + \frac{M_{\varpi}}{I_{\varpi}} \vec{S}_{\varpi,j}$$

$$2\dot{\mathbf{i}}\vec{T}_S + (|\dot{\mathbf{i}}| - \dot{\mathbf{i}})\Delta\vec{T} = \mathbf{0}$$

$$2\dot{\mathbf{i}}\vec{T}_S + (|\dot{\mathbf{i}}| - \dot{\mathbf{i}}) \left(\frac{Q_y}{I_z} \vec{S}_{z,j} + \frac{Q_z}{I_y} \vec{S}_{y,j} + \frac{M_{\varpi}}{I_{\varpi}} \vec{S}_{\varpi,j} \right) = \mathbf{0}$$



$$2\dot{\mathbf{i}}'\vec{T}_S + (|\dot{\mathbf{i}}'| - \dot{\mathbf{i}}') \left(\frac{Q_y}{I_z} \vec{S}_{z,j} + \frac{Q_z}{I_y} \vec{S}_{y,j} + \frac{M_{\varpi}}{I_{\varpi}} \vec{S}_{\varpi,j} \right) = \mathbf{0}$$

*Сливкер, В. И. Строительная механика. Вариационные основы. - М.: Изд-во АСВ, 2005. - 736 с.

Программная реализация поиска потоков касательных усилий для произвольного сечения тонкостенного стержня

Разрешающие уравнения для тонкостенного стержня

Еще одно уравнение равновесия составим относительно продольной оси стержня как **условие статической эквивалентности крутящего момента, создаваемого потоками касательных усилий, к моменту свободного кручения, действующего в сечении тонкостенного стержня***:

$$M_x - \sum_{j=1}^{n_r} \int_{\ell_j} T_j(\zeta) d\omega = 0$$

$$M_x - \sum_{j=1}^{n_r} \int_{\ell_j} \left(T_{S,j} - \frac{Q_y}{I_z} S_{oz,j} - \frac{Q_z}{I_y} S_{oy,j} - \frac{M_{\varpi}}{I_{\varpi}} S_{o\varpi,j} \right) \rho d\zeta = 0$$

$$M_x - \sum_{j=1}^{n_r} \left(T_{S,j} \int_{\ell_j} \rho d\zeta - \frac{Q_y}{I_z} \int_{\ell_j} S_{oz,j} \rho d\zeta - \frac{Q_z}{I_y} \int_{\ell_j} S_{oy,j} \rho d\zeta - \frac{M_{\varpi}}{I_{\varpi}} \int_{\ell_j} S_{o\varpi,j} \rho d\zeta \right) = 0$$

$$\sum_{j=1}^{n_r} T_{S,j} \int_{\ell_j} \rho d\zeta - \frac{Q_y}{I_z} \sum_{j=1}^{n_r} \int_{\ell_j} S_{oz,j} \rho d\zeta - \frac{Q_z}{I_y} \sum_{j=1}^{n_r} \int_{\ell_j} S_{oy,j} \rho d\zeta - \frac{M_{\varpi}}{I_{\varpi}} \sum_{j=1}^{n_r} \int_{\ell_j} S_{o\varpi,j} \rho d\zeta - M_x = 0$$

$$\vec{\omega}^T \vec{T}_S - \frac{Q_y}{I_z} S_{\rho z} - \frac{Q_z}{I_y} S_{\rho y} - \frac{M_{\varpi}}{I_{\varpi}} S_{\rho \varpi} - M_x = 0.$$

*Сливкер, В. И. Строительная механика. Вариационные основы. - М.: Изд-во АСВ, 2005. - 736 с.

Программная реализация поиска потоков касательных усилий для произвольного сечения тонкостенного стержня

Разрешающие уравнения для тонкостенного стержня

Сформулированная задача представлена в виде **задачи поиска значений неизвестных потоков касательных усилий** в начальных точках неразветвляемых участков сечения:

$$\vec{T}_S = \{T_{S,j}\}^T, j = \overline{1, n_r}$$

➤ обеспечивающих **наименьшее значение критерия оптимальности – функционала**

Кастильяно:

$$C = \frac{1}{2G} \vec{T}_S^T \mathbf{W} \vec{T}_S - \vec{T}_S^T \frac{Q_y}{GI_z} \vec{S}_{hz} - \vec{T}_S^T \frac{Q_z}{GI_y} \vec{S}_{hy} - \vec{T}_S^T \frac{M_\varpi}{GI_\varpi} \vec{S}_{h\varpi} + \dots$$

➤ при удовлетворении **условий равновесия потоков** в точках ветвления сечения, а также при обеспечении **уравнения равновесия всего сечения:**

$$\begin{cases} 2\dot{\mathbf{i}}' \vec{T}_S + (|\dot{\mathbf{i}}'| - \dot{\mathbf{i}}') \left(\frac{Q_y}{I_z} \vec{S}_{z,j} + \frac{Q_z}{I_y} \vec{S}_{y,j} + \frac{M_\varpi}{I_\varpi} \vec{S}_{\varpi,j} \right) = \mathbf{0}; \\ \vec{\omega}^T \vec{T}_S - \frac{Q_y}{I_z} S_{\rho z} - \frac{Q_z}{I_y} S_{\rho y} - \frac{M_\varpi}{I_\varpi} S_{\rho \varpi} - M_x = 0. \end{cases}$$

Программная реализация поиска потоков касательных усилий для произвольного сечения тонкостенного стержня

Разрешающие уравнения для тонкостенного стержня

С использованием метода множителей Лагранжа сформулированная задача математического программирования сводится к задаче поиска точки стационарности **модифицированного функционала** $\Lambda(\vec{T}_S, \vec{\lambda}^T, \lambda_{n_v})^*$:

$$\begin{aligned} \Lambda(\vec{T}_S, \vec{\lambda}^T, \lambda_{n_v}) = & \frac{1}{2G} \vec{T}_S^T \mathbf{W} \vec{T}_S - \vec{T}_S^T \frac{Q_y}{GI_z} \vec{S}_{hz} - \vec{T}_S^T \frac{Q_z}{GI_y} \vec{S}_{hy} - \vec{T}_S^T \frac{M_{\varpi}}{GI_{\varpi}} \vec{S}_{h\varpi} + \\ & + \vec{\lambda}^T \left[2\dot{\mathbf{i}}' \vec{T}_S + (|\dot{\mathbf{i}}'| - \dot{\mathbf{i}}') \left(\frac{Q_y}{I_z} \vec{S}_{z,j} + \frac{Q_z}{I_y} \vec{S}_{y,j} + \frac{M_{\varpi}}{I_{\varpi}} \vec{S}_{\varpi,j} \right) \right] + \\ & + \lambda_{n_v} \left[\vec{\omega}^T \vec{T}_S - \frac{Q_y}{I_z} S_{\rho z} - \frac{Q_z}{I_y} S_{\rho y} - \frac{M_{\varpi}}{I_{\varpi}} S_{\rho \varpi} - M_x \right] \rightarrow \min. \end{aligned}$$

*Сливкер, В. И. Строительная механика. Вариационные основы. – М.: Изд-во АСВ, 2005. – 736 с.

Программная реализация поиска потоков касательных усилий для произвольного сечения тонкостенного стержня

Разрешающие уравнения для тонкостенного стержня

Условия стационарности модифицированного функционала $\Lambda(\vec{T}_S, \vec{\lambda}^T, \lambda_{n_v})$ позволяют получить систему линейных алгебраических уравнений, представленную в векторно-матричной форме как*:

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{G} \mathbf{W} & 2\dot{\mathbf{I}}'^T & \Delta\omega_r^s \\ 2\dot{\mathbf{I}}' & \mathbf{0}_{n_v-1, n_v-1} & \mathbf{0}_{n_v-1} \\ (\Delta\omega_r^s)^T & \mathbf{0}_{n_v-1}^T & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \vec{T}_S \\ \vec{\lambda} \\ \lambda_{n_v} \end{bmatrix} = M_x \times \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{n_r} \\ \mathbf{0}_{n_v-1} \\ 1 \end{bmatrix} + \frac{Q_y}{I_z} \times \begin{bmatrix} \frac{\vec{S}_{hz}}{G} \\ (\dot{\mathbf{I}}' - |\dot{\mathbf{I}}'|) \vec{S}_z \\ S_{\rho z} \end{bmatrix} + \frac{Q_z}{I_y} \begin{bmatrix} \frac{\vec{S}_{hy}}{G} \\ (\dot{\mathbf{I}}' - |\dot{\mathbf{I}}'|) \vec{S}_y \\ S_{\rho y} \end{bmatrix} + \frac{M_\varpi}{I_\varpi} \begin{bmatrix} \frac{\vec{S}_{h\varpi}}{G} \\ (\dot{\mathbf{I}}' - |\dot{\mathbf{I}}'|) \vec{S}_\varpi \\ S_{\rho\varpi} \end{bmatrix}$$

*Сливкер, В. И. Строительная механика. Вариационные основы. – М.: Изд-во АСВ, 2005. – 736 с.

Программная реализация поиска потоков касательных усилий для произвольного сечения тонкостенного стержня

Разрешающие уравнения для тонкостенного стержня

Разложение вектора неизвестных потоков:

$$\vec{T}_S = M_x \vec{b}_x + \frac{Q_y}{I_z} \vec{b}_z + \frac{Q_z}{I_y} \vec{b}_y + \frac{M_\varpi}{I_\varpi} \vec{b}_\varpi$$

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} \frac{1}{G} \mathbf{W} & 2\dot{\mathbf{i}}'^T & \Delta\omega_r^s \\ 2\dot{\mathbf{i}}' & \Theta_{n_v-1, n_v-1} & \mathbf{0}_{n_v-1} \\ (\Delta\omega_r^s)^T & \mathbf{0}_{n_v-1}^T & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{M} \times \begin{bmatrix} \vec{b}_x \\ \vec{\lambda}_x \\ \lambda_{n_v, x} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{n_r} \\ \mathbf{0}_{n_v-1} \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{M} \times \begin{bmatrix} \vec{b}_y \\ \vec{\lambda}_y \\ \lambda_{n_v, y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\vec{S}_{hy}}{G} \\ (\dot{\mathbf{i}}' - |\dot{\mathbf{i}}'|) \times \vec{S}_y \\ S_{\rho y} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{M} \times \begin{bmatrix} \vec{b}_z \\ \vec{\lambda}_z \\ \lambda_{n_v, z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\vec{S}_{hz}}{G} \\ (\dot{\mathbf{i}}' - |\dot{\mathbf{i}}'|) \times \vec{S}_z \\ S_{\rho z} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{M} \times \begin{bmatrix} \vec{b}_\varpi \\ \vec{\lambda}_\varpi \\ \lambda_{n_v, \varpi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\vec{S}_{h\varpi}}{G} \\ (\dot{\mathbf{i}}' - |\dot{\mathbf{i}}'|) \times \vec{S}_\varpi \\ S_{\rho\varpi} \end{bmatrix}$$

*Сливкер, В. И. Строительная механика. Вариационные основы. – М.: Изд-во АСВ, 2005. – 736 с.

Программная реализация поиска потоков касательных усилий для произвольного сечения тонкостенного стержня

Разрешающие уравнения для тонкостенного стержня

Преобразования статических моментов сечения и секториального статического момента:

$$\bar{S}_{oz,\kappa}^\zeta \leftarrow \left\{ S_{oz,\kappa}^\zeta - b_{z,\kappa}^\zeta \right\} \quad \bar{S}_{oy,\kappa}^\zeta \leftarrow \left\{ S_{oy,\kappa}^\zeta - b_{y,\kappa}^\zeta \right\} \quad \tilde{S}_{o\varpi,\kappa}^\zeta \leftarrow \left\{ S_{o\varpi,\kappa}^\zeta - b_{\varpi,\kappa}^\zeta - a_\kappa^\zeta \frac{I_\varpi}{\Omega_0} \right\}$$

Потоки касательных усилий для в начале, посередине и в конце серединной линии сегментов сечения:

$$T_\kappa^{\zeta, \text{start}} = \frac{\wp M_x}{\Omega_0} a_\kappa^\zeta - \frac{Q_y}{I_z} \bar{S}_{oz,\kappa}^{\zeta, \text{start}} - \frac{Q_z}{I_y} \bar{S}_{oy,\kappa}^{\zeta, \text{start}} - \frac{M_\varpi}{I_\varpi} \tilde{S}_{o\varpi,\kappa}^{\zeta, \text{start}}$$

$$T_\kappa^{\zeta, \text{mid}} = \frac{\wp M_x}{\Omega_0} a_\kappa^\zeta - \frac{Q_y}{I_z} \bar{S}_{oz,\kappa}^{\zeta, \text{mid}} - \frac{Q_z}{I_y} \bar{S}_{oy,\kappa}^{\zeta, \text{mid}} - \frac{M_\varpi}{I_\varpi} \tilde{S}_{o\varpi,\kappa}^{\zeta, \text{mid}}$$

$$T_\kappa^{\zeta, \text{end}} = \frac{\wp M_x}{\Omega_0} a_\kappa^\zeta - \frac{Q_y}{I_z} \bar{S}_{oz,\kappa}^{\zeta, \text{end}} - \frac{Q_z}{I_y} \bar{S}_{oy,\kappa}^{\zeta, \text{end}} - \frac{M_\varpi}{I_\varpi} \tilde{S}_{o\varpi,\kappa}^{\zeta, \text{end}}$$

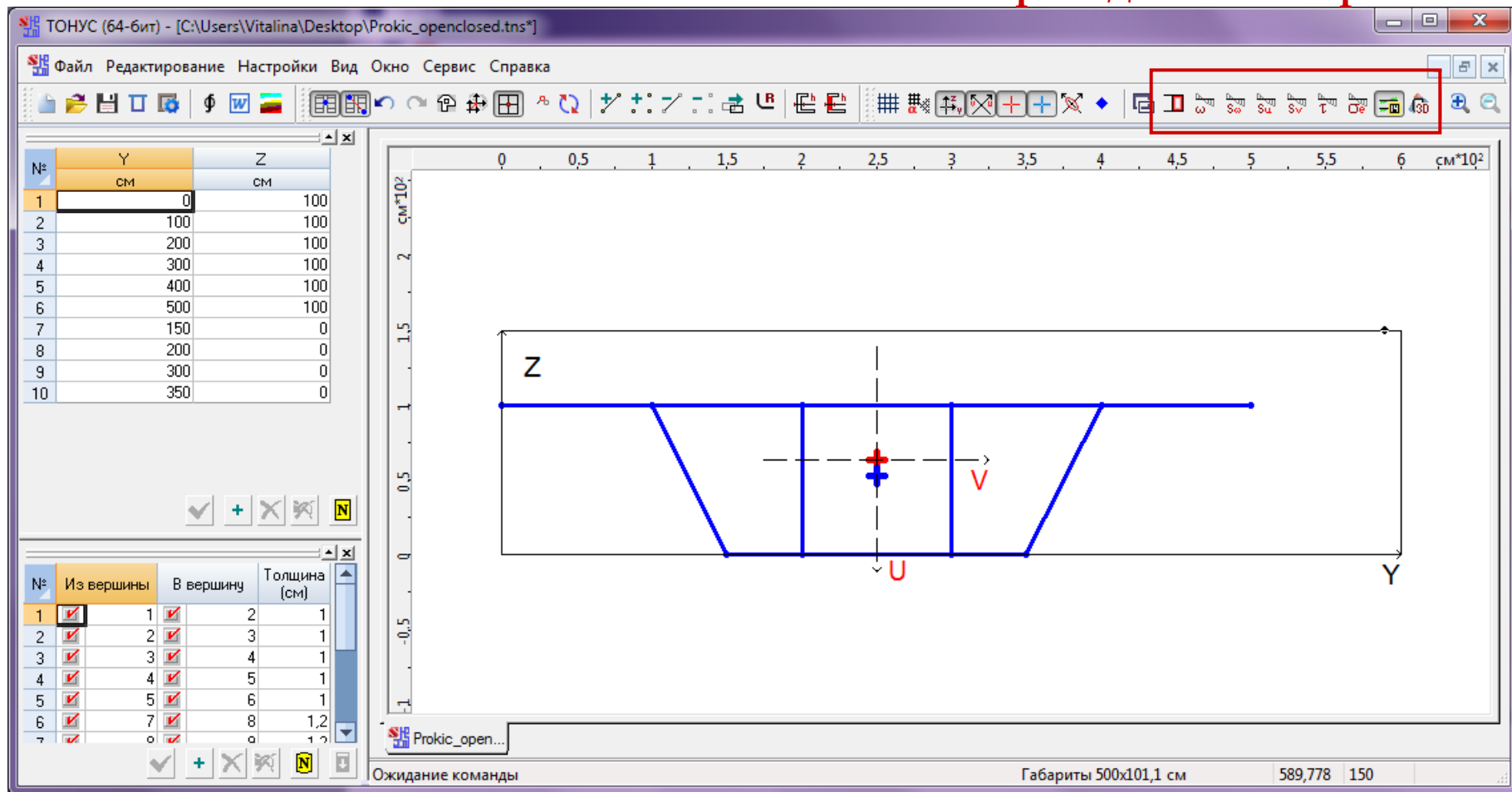
Окончательно, касательные напряжения в сечении:

$$\tau_\kappa^\zeta = \frac{T_\kappa^\zeta}{\delta_\kappa^\zeta} \pm \frac{(1 - \wp) M_x \delta_\kappa^\zeta}{I_\kappa}$$

Программная реализация поиска потоков касательных усилий для произвольного сечения тонкостенного стержня

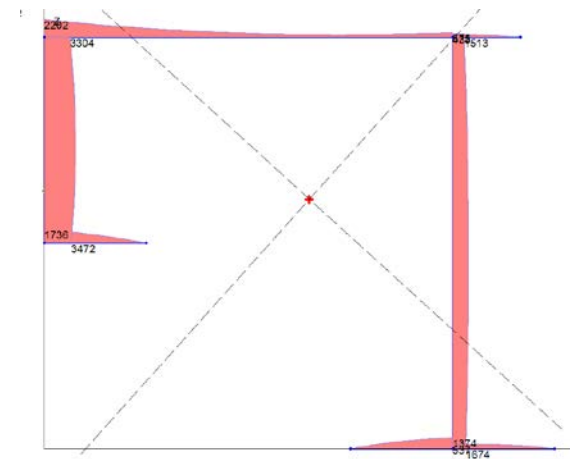
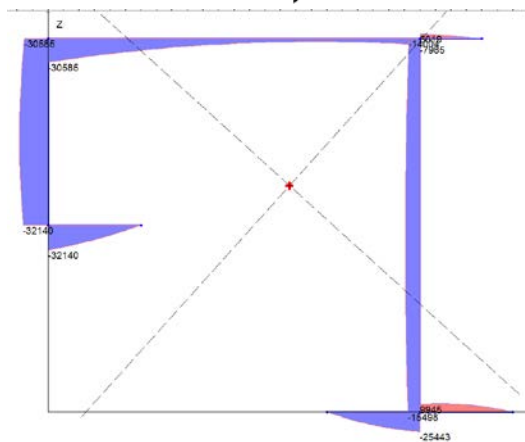
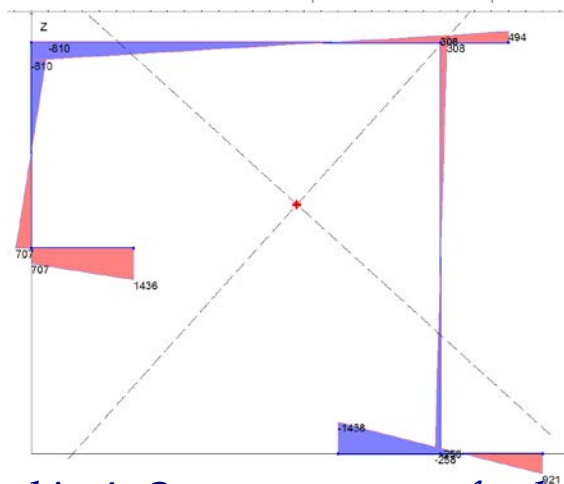
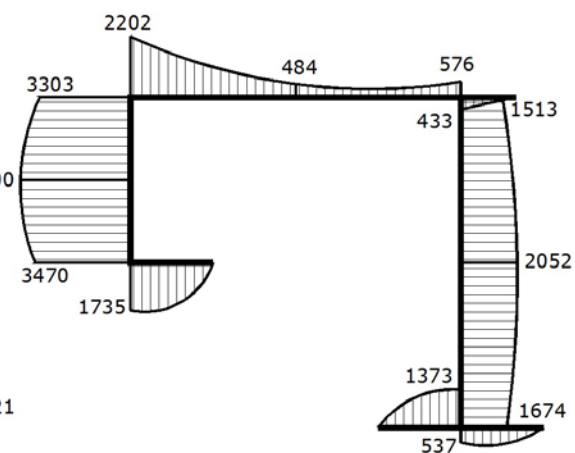
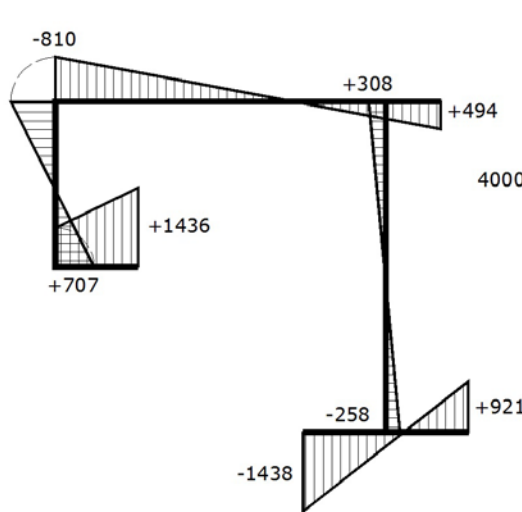
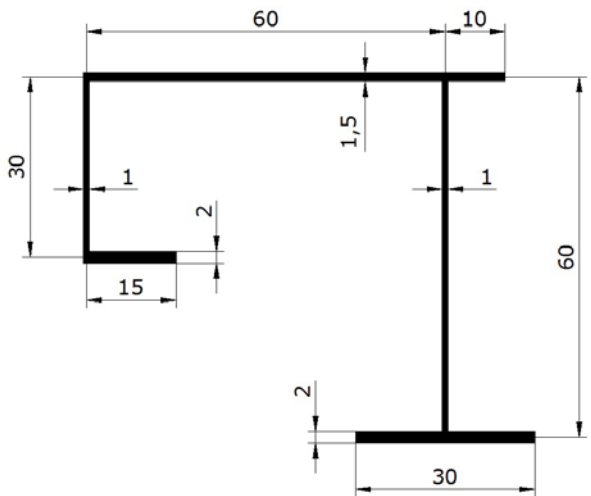
Программа TONUS

NEW! Построение эпюр секториальных площадей, статических моментов, а также касательных и приведенных напряжений!



Программная реализация поиска потоков касательных усилий для произвольного сечения тонкостенного стержня

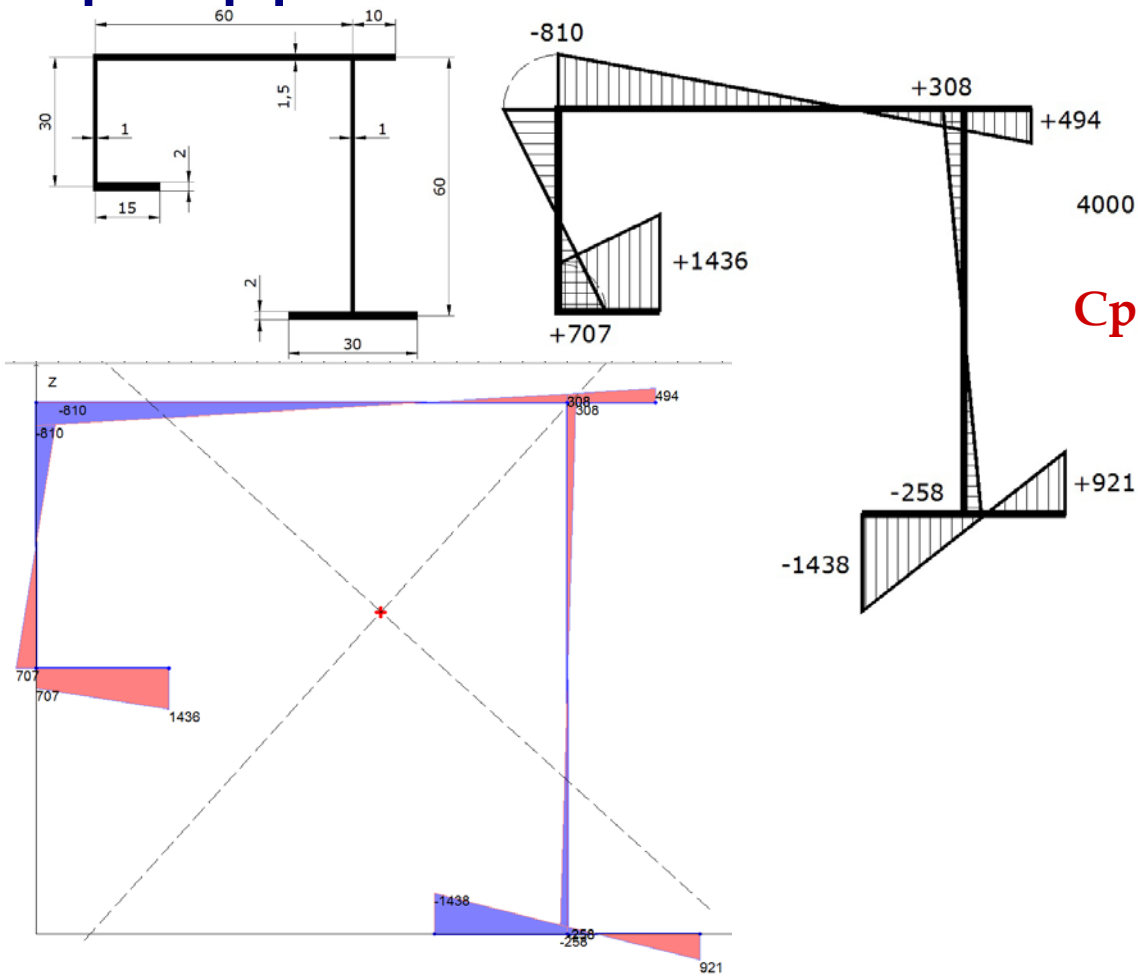
Пример расчета тонкостенного стержня открытого сечения*



*Prokic, A. Computer program for determination of geometrical properties of thin-walled beams with open-closed section // Computers and Structures. - №74. - 2000. - pp. 705-715.

Программная реализация поиска потоков касательных усилий для произвольного сечения тонкостенного стержня

Пример расчета тонкостенного стержня открытого сечения*



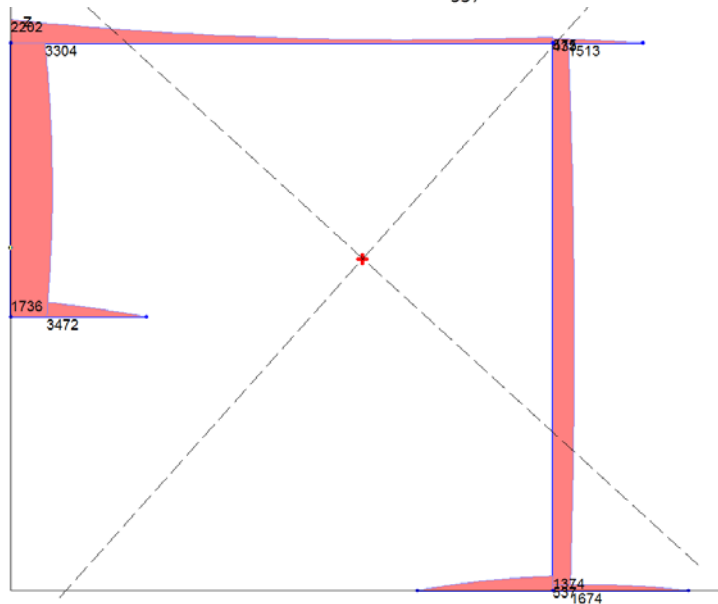
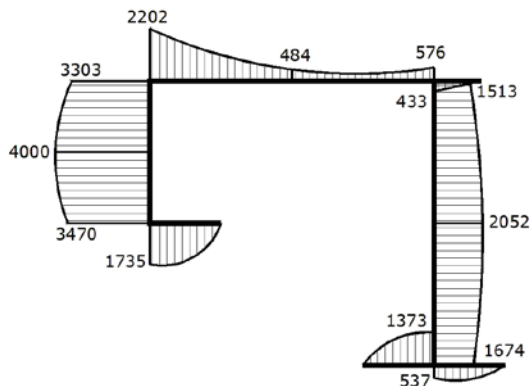
Сравнение результатов расчета

№ точки	Секториальная площадь ω , см ²		
	A. Prokic*	TONUS	Отклонения, %
1	707	707	0
2	1436	1436	0
3	-258	-258	0
4	308	308	0
5	494	494	0
6	-1438	-1438	0
7	921	921	0
8	-810	-810	0

*Prokic, A. Computer program for determination of geometrical properties of thin-walled beams with open-closed section // Computers and Structures. – №74. – 2000. – pp. 705–715.

Программная реализация поиска потоков касательных усилий для произвольного сечения тонкостенного стержня

Сравнение результатов расчета

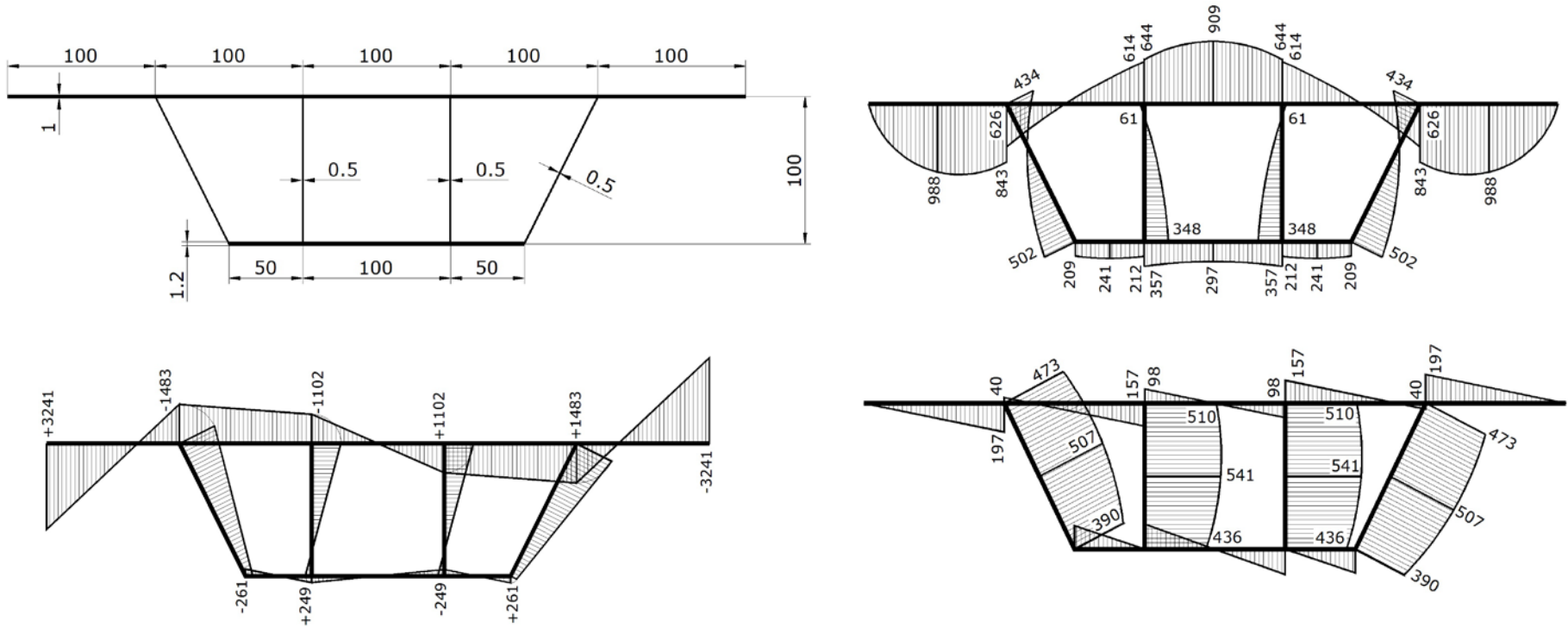


№ сег-мента	№ точки	Статический секториальный момент S_{ω} , см ⁴			Касательные напряжения τ_{ω} , кН/см ² , при $M_{\omega} = 10^7$ кН·см		
		A. Prokic*	TONUS	Отклонения, %	A. Prokic*	TONUS	Отклонения, %
1	1	32126	32140	0,04	1735	1736	0,06
1	2	0	0	0	0	0	0
2	1	32126	32140	0,04	3470	3472	0,06
2	8	30580	30585	0,02	3303	3304	0,06
3	8	30580	30585	0,02	2202	2202	0
3	4	7999	7985	0,18	576	575	0,17
4	4	6013	6019	0,1	433	432	0,23
4	5	0	0	0	0	0	0
5	4	14008	14004	0,03	1513	1513	0
5	3	15498	15498	0	1674	1674	0
6	6	0	0	0	0	0	0
6	3	25423	25443	0,08	1373	1374	0,07
7	3	9943	9945	0,02	537	537	0
7	7	0	0	0	0	0	0

*Prokic, A. Computer program for determination of geometrical properties of thin-walled beams with open-closed section // Computers and Structures. – №74. – 2000. – pp. 705–715.

Программная реализация поиска потоков касательных усилий для произвольного сечения тонкостенного стержня

Пример расчета открыто-замкнутого многоконтурного сечения*

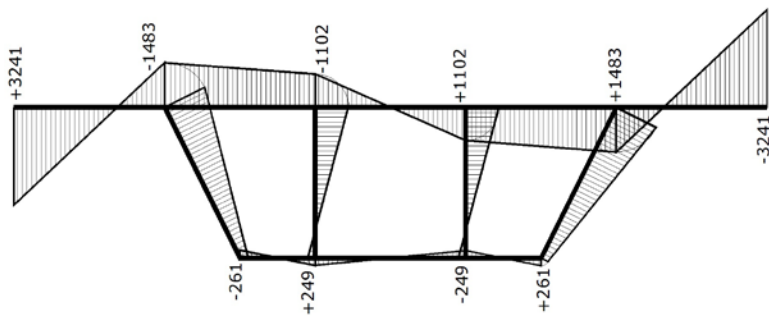


*Prokic, A. Computer program for determination of geometrical properties of thin-walled beams with open-closed section // Computers and Structures. – №74. – 2000. – pp. 705–715.

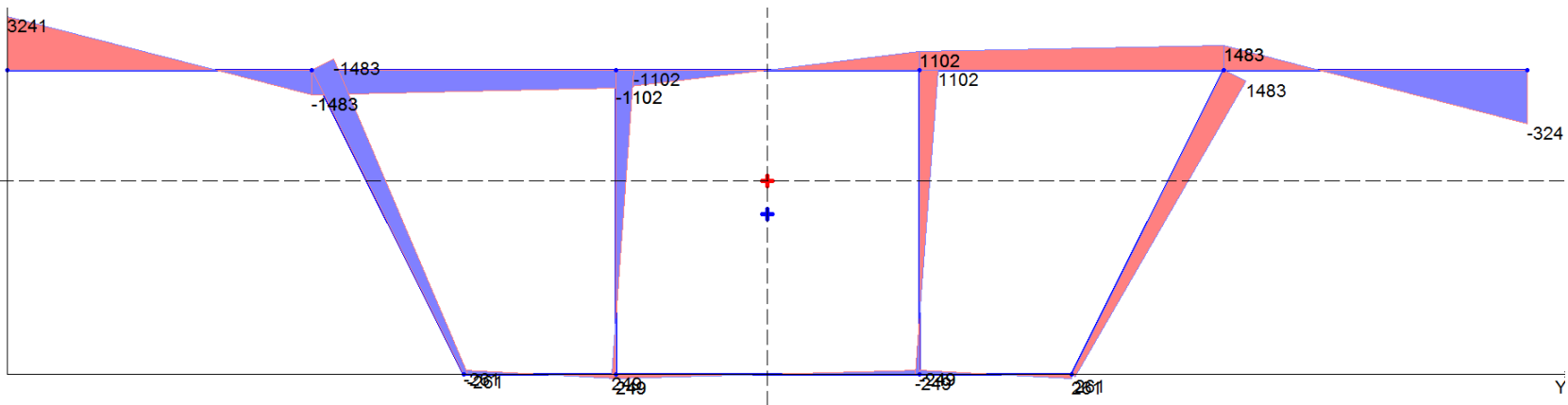
Программная реализация поиска потоков касательных усилий для произвольного сечения тонкостенного стержня

Пример расчета открыто-замкнутого многоконтурного сечения*

Сравнение результатов расчета



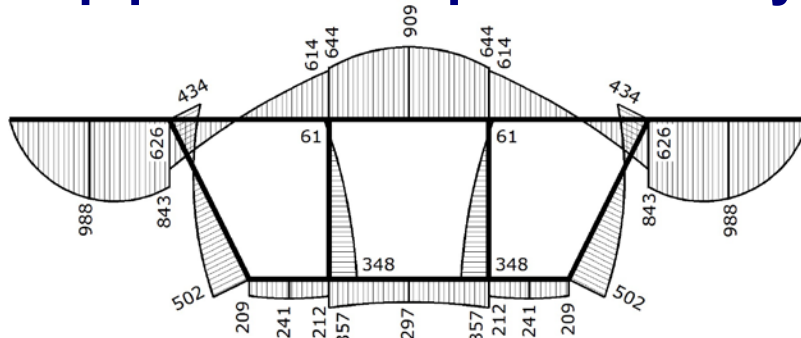
№ точки	Секториальная площадь ω , см ²		
	A. Prokic*	TONUS	Отклонение, %
1	+3241	+3241	0
2	-1483	-1483	0
3	-1102	-1102	0
7	-261	-261	0
8	+249	+249	0



*Prokic, A. Computer program for determination of geometrical properties of thin-walled beams with open-closed section // Computers and Structures. – №74. – 2000. – pp. 705–715.

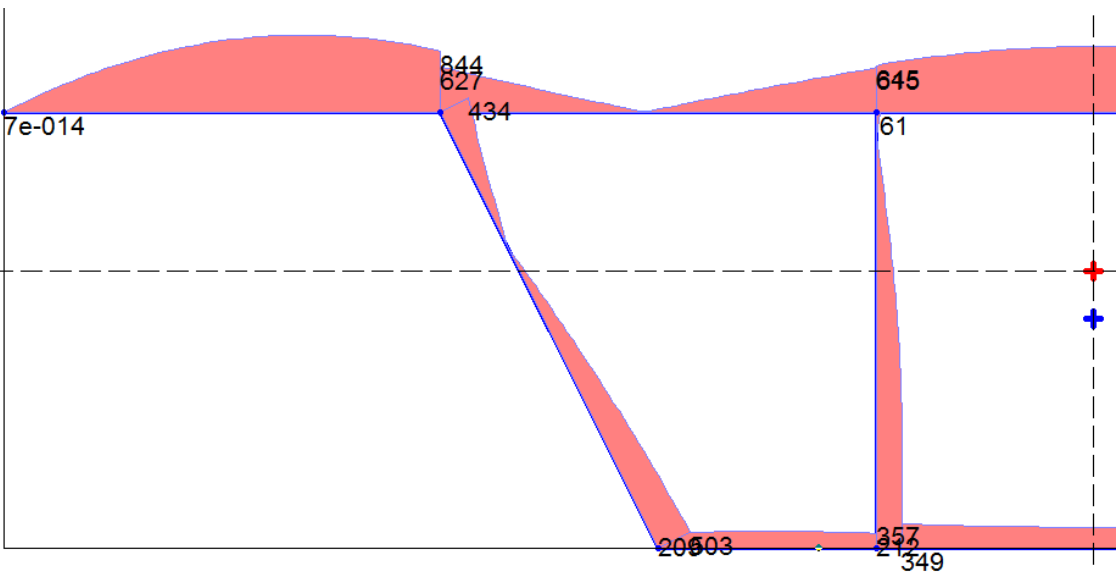
Программная реализация поиска потоков касательных усилий для произвольного сечения тонкостенного стержня

Пример расчета открыто-замкнутого многоконтурного сечения*



Сравнение результатов расчета

№ сег-мента	№ точки	Касательные напряжения τ_{ω} , кН/см ² (при $M_{\omega} = 10^7$ кН·см)		
		A.Prokic*	TONUS	Отклонение, %
1	1	0	0	0
1	2	843	844	0,12
2	2	626	627	0,16
2	3	614	615	0,16
3	3	644	645	0,16
6	7	209	209	0
6	8	212	212	0
7	8	357	357	0
9	2	434	434	0
9	7	502	503	0,20
10	3	61	61	0
10	8	348	349	0,29

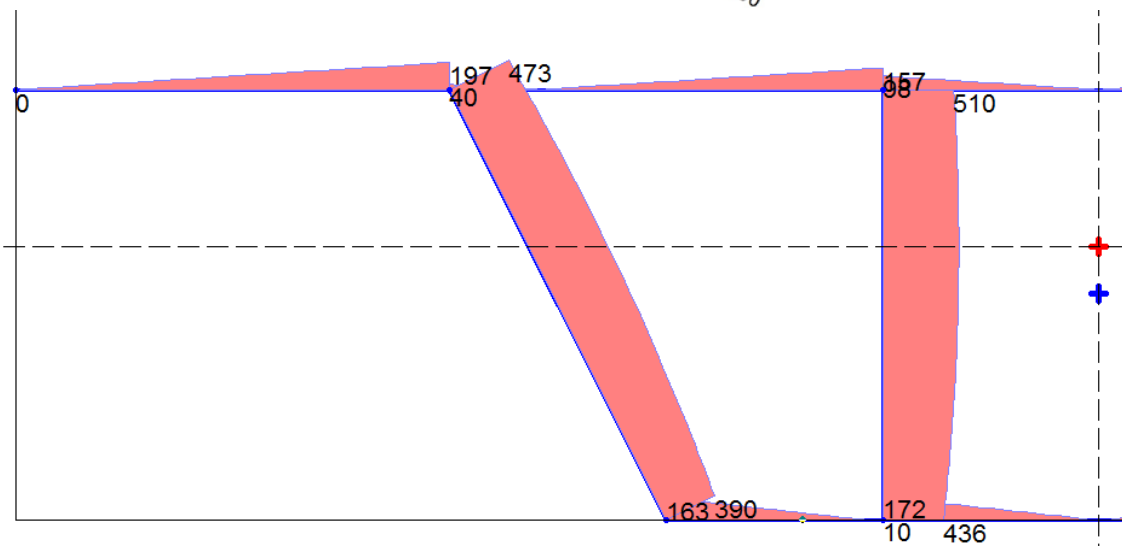
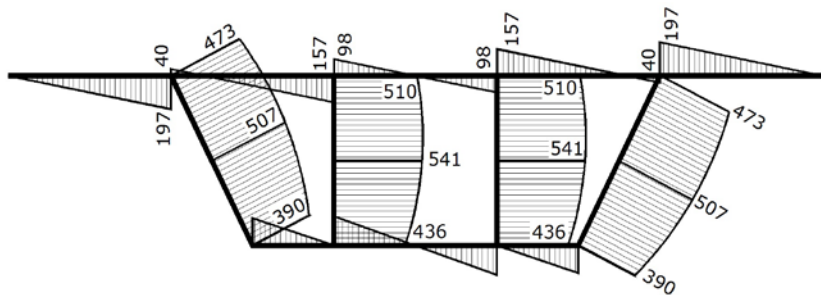


*Prokic, A. Computer program for determination of geometrical properties of thin-walled beams with open-closed section // Computers and Structures. – №74. – 2000. – pp. 705–715.

Программная реализация поиска потоков касательных усилий для произвольного сечения тонкостенного стержня

Пример расчета открыто-замкнутого многоконтурного сечения*

Сравнение результатов расчета



№ сег-мента	№ точки	Касательные напряжения τ_{ω} , кН/см ² (при $M_{\omega} = 10^7$ кН·см)		
		А.Prokic*	TONUS	Отклонение, %
1	1	0	0	0
1	2	197	197	0
2	2	40	40	0
2	3	157	157	0
3	3	98	98	0
6	7	162	163	0,6
6	8	-	10	-
7	8	172	172	0
9	2	473	473	0
9	7	390	390	0
10	3	510	510	0
10	8	436	436	0

*Prokic, A. Computer program for determination of geometrical properties of thin-walled beams with open-closed section // Computers and Structures. – №74. – 2000. – pp. 705–715.

Программная реализация поиска потоков касательных усилий для произвольного сечения тонкостенного стержня

Выводы

1. Рассмотрена задача поиска касательных напряжений для произвольного сечения тонкостенного стержня в виде задачи поиска значений потоков касательных усилий в начальных точках неразветвляемых участков сечения, обеспечивающих наименьшее значение функционала Кастильяно при удовлетворении ограничений равновесия потоков в точках ветвления сечения, а также уравнения равновесия сечения стержня относительно продольной оси.
2. Разработан алгоритм численного решения рассмотренной задачи с использованием математического аппарата теории графов, ориентированный на программную реализацию в системах автоматизированного проектирования тонкостенных стержневых систем.
3. Выполнена программная реализация предложенного алгоритма в среде вычислительного комплекса SCAD Office.
4. На примерах расчета тонкостенных стержней открытого и открыто-замкнутого многоконтурного сечений выполнена верификация разработанного алгоритма, проверена точность вычислений и доказана достоверность результатов, получаемых в программе TONUS.



Спасибо за внимание

РУДЬ Дмитрий
НПО «СКАД Софт»

ЮРЧЕНКО Виталина
Киевский национальный университет
строительства и архитектуры

